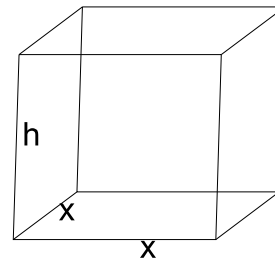


Câu 5 (1,5 điểm) Sản lượng hàng ngày của một xí nghiệp là $Q(L) = 630L^{\frac{2}{3}}$ (đơn vị sản phẩm) trong đó L là lực lượng lao động (đơn vị tính là giờ). Hiện tại, xí nghiệp có 1000 giờ lao động mỗi ngày. Áp dụng vi phân ước tính số giờ lao động cần tăng thêm để sản lượng tăng thêm 100 đơn vị sản phẩm.

Câu 6 (1,5 điểm)

Người ta cần xây dựng một hồ chứa có dạng hình hộp chữ nhật không có mặt trên (hồ nắp-như hình vẽ) và có đáy là hình vuông có thể tích $V = 1000\text{m}^3$. Chi phí để xây dựng mặt đáy, các mặt xung quanh lần lượt là $\$30/\text{m}^2$, $\$20/\text{m}^2$. Hãy xác định kích thước của hồ (xác định x và h) để tổng chi phí xây dựng hồ bé nhất.



Chọn một trong hai câu sau (câu 7 hoặc câu 8)

Câu 7 (1 điểm) Cho biết hàm cầu theo giá (đơn vị tính USD) của một loại sản phẩm cho bởi

$$D(p) = 5000 e^{-0,02p} \quad (\text{sản phẩm})$$

- Nếu giá tăng 3% từ mức $p = \$40$ thì lượng cầu giảm xấp xỉ bao nhiêu sản phẩm?
- Tìm hàm doanh thu $R(p)$ có được từ việc bán $q = D(p)$ sản phẩm ở mức giá p , và xác định giá bán để doanh thu lớn nhất.

Câu 8 (1 điểm) Một dự án có vòng đời 3 năm với số vốn đầu tư ban đầu 500 triệu đồng. Ước tính số tiền thu về (đơn vị tính là triệu đồng) như sau:

Năm	0	1	2	3
Dòng ngân lưu vào	0	150	240	330

Cho biết lãi suất ngân hàng là 10% mỗi năm.

- Tính **giá trị hiện tại** của dòng ngân lưu vào.
- Tính **giá trị hiện tại ròng (NPV- Net Present Value)** của dự án và cho biết dự án đó có lợi về kinh tế không?

*** Ghi chú :** Cán bộ coi thi không được giải thích đề thi.

Ngày 25 tháng 12 năm 2014
Bộ môn duyệt

ĐÁP ÁN TOÁN C_I (ngày thi 30/12/2014)

Câu hỏi	Nội dung	Điểm
Câu 1		1.5đ
	Thị trường cân bằng khi : $\begin{cases} Q_{S_1} = Q_{D_1} \\ Q_{S_2} = Q_{D_2} \\ Q_{S_3} = Q_{D_3} \end{cases}$	0.5đ
	$\Leftrightarrow \begin{cases} 24p_1 + 4p_2 - 2p_3 = 70 \\ -3p_1 + 9p_2 - 2p_3 = 51 \\ -2p_1 - 3p_2 + 32p_3 = 71 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} p_1 = 2 \\ p_2 = 7 \\ p_3 = 3 \end{cases}$	0.5đ
	$\Rightarrow \begin{cases} Q_1 = 3 \\ Q_2 = 27 \\ Q_3 = 38 \end{cases}$. Vậy bộ giá cân bằng và lượng cân bằng thị trường ba sản phẩm là: $\begin{cases} (\bar{p}_1, \bar{Q}_1) = (2; 3) \\ (\bar{p}_2, \bar{Q}_2) = (7; 27) \\ (\bar{p}_3, \bar{Q}_3) = (3; 38) \end{cases}$ Hoặc $\bar{p} = (2; 7; 3)$, $\bar{Q} = (3; 27; 38)$	0.5đ
Câu 2		1đ
	a) Hệ phương trình tương đương với: $(I - A)X = v$ $\det(I - A) = \begin{vmatrix} 0,9 & -0,3 & -0,2 \\ -0,4 & 0,8 & -0,3 \\ -0,2 & -0,3 & 0,9 \end{vmatrix} = \frac{77}{200} \neq 0 \Rightarrow$ Hệ phương trình có nghiệm duy nhất.	0.5đ
	b) $B = \left\{ v_1 = \begin{pmatrix} 0,9 \\ -0,4 \\ -0,2 \end{pmatrix}, v_2 = \begin{pmatrix} -0,3 \\ 0,8 \\ -0,3 \end{pmatrix}, v_3 = \begin{pmatrix} -0,2 \\ -0,3 \\ 0,9 \end{pmatrix} \right\} =$ Xét $\alpha_1 v_1 + \alpha_2 v_2 + \alpha_3 v_3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 0,9\alpha_1 - 0,3\alpha_2 - 0,2\alpha_3 = 0 \\ -0,4\alpha_1 + 0,8\alpha_2 - 0,3\alpha_3 = 0 \\ -0,2\alpha_1 - 0,3\alpha_2 + 0,9\alpha_3 = 0 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = 0$. Suy ra B độc lập tuyến tính. Mà B có 3 vectơ và $\dim \mathbb{R}^3 = 3$ nên B là cơ sở của \mathbb{R}^3 . Ma trận chuyển cơ sở từ cơ sở chính tắc của \mathbb{R}^3 sang cơ sở B: $\begin{pmatrix} 0,9 & -0,3 & -0,2 \\ -0,4 & 0,8 & -0,3 \\ -0,2 & -0,3 & 0,9 \end{pmatrix}$	0.5đ
Câu 3		2.5đ

	<p>a) Vì $150A_1 = 150 \begin{pmatrix} 0,1 \\ 0,4 \\ 0,2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 15 \\ 60 \\ 30 \end{pmatrix}$ nên để sản xuất ra tổng giá trị sản phẩm 150 tỷ USD thì ngành N_1 phải trả 15 tỷ USD cho ngành N_1, 60 tỷ USD cho N_2, 30 tỷ USD cho N_3 để mua sản phẩm của cả 3 ngành làm nguyên liệu đầu vào cho sản xuất.</p> <p>Khi đó, giá trị gia tăng mà ngành N_1 tạo ra là $150 - (15 + 60 + 30) = 45$ tỷ USD.</p>	0.5đ
	<p>$150A_1 + 120A_2 + 90A_3 = \begin{pmatrix} 69 \\ 111 \\ 75 \end{pmatrix}$ và đây chính là cầu trung gian của 3 ngành.</p> <p>Cầu cuối cùng của N_1, N_2, N_3 là:</p> $\begin{pmatrix} 150 \\ 120 \\ 90 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 69 \\ 111 \\ 75 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 81 \\ 9 \\ 15 \end{pmatrix} \text{ hoặc } (I - A) \begin{pmatrix} 150 \\ 120 \\ 90 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,9 & -0,3 & -0,2 \\ -0,4 & 0,8 & -0,3 \\ -0,2 & -0,3 & 0,9 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 150 \\ 120 \\ 90 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 81 \\ 9 \\ 15 \end{pmatrix}$ <p>Vậy cầu cuối cùng của N_1, N_2, N_3 lần lượt là 81, 9, 15 (đơn vị tính: tỷ USD)</p>	0.5đ
	<p>b) Hệ phương trình xác định tổng cầu mỗi ngành</p> $(I - A)X = \begin{pmatrix} 100 \\ 120 \\ 110 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{cases} 0,9x_1 - 0,3x_2 - 0,2x_3 = 100 \\ -0,4x_1 + 0,8x_2 - 0,3x_3 = 120 \\ -0,2x_1 - 0,3x_2 + 0,9x_3 = 110 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{26020}{77} \approx 337,9220779 \\ x_2 = \frac{4940}{11} \approx 449,0909091 \\ x_3 = \frac{26720}{77} \approx 347,012987 \end{cases}$	0.75đ
	<p>c) Cầu cuối cùng mới của 3 ngành: $\begin{pmatrix} 100 \\ 120 \\ 110 \end{pmatrix} + 10\% \begin{pmatrix} 100 \\ 120 \\ 110 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 110 \\ 132 \\ 121 \end{pmatrix}$</p> <p>Hệ phương trình xác định tổng cầu mỗi ngành</p> $(I - A)X = \begin{pmatrix} 110 \\ 132 \\ 121 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{cases} 0,9x_1 - 0,3x_2 - 0,2x_3 = 110 \\ -0,4x_1 + 0,8x_2 - 0,3x_3 = 132 \\ -0,2x_1 - 0,3x_2 + 0,9x_3 = 121 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{2602}{7} \approx 371,7142857 \\ x_2 = 494 \\ x_3 = \frac{2672}{7} \approx 381,7142857 \end{cases}$	0.75đ
Câu 3		1.5đ
	<p>a) Ma trận dạng toàn phương: $A = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$</p> <p>vì $\Delta_1 = 3 > 0, \Delta_2 = \begin{vmatrix} 3 & -2 \\ -2 & 3 \end{vmatrix} = 5 > 0$ nên f xác định dương và hạng của dạng toàn phương là $r(f) = 2$ (vì $\Delta_2 = 5 \neq 0$)</p>	0.5đ
	<p>b) Ma trận dạng toàn phương: $A = \begin{pmatrix} -2 & -2 & 2 \\ -2 & -5 & 4 \\ 2 & 4 & -5 \end{pmatrix}$</p>	0.5đ

	<p>vì $\Delta_1 = -2 < 0, \Delta_2 = \begin{vmatrix} -2 & -2 \\ -2 & -5 \end{vmatrix} = 6 > 0, \Delta_3 = \begin{vmatrix} -2 & -2 & 2 \\ -2 & -5 & 4 \\ 2 & 4 & -5 \end{vmatrix} = -10 < 0$</p> <p>nên f xác định âm và hạng của dạng toàn phương là $r(f) = 3$ (vì $\Delta_3 = -10 \neq 0$)</p>													
Câu 5		1,5đ												
	Đạo hàm: $Q'(L) = \frac{420}{\sqrt[3]{L}}$, $L_0 = 1000$ (giờ), $\Delta Q = 100$ (đơn vị sản phẩm)	0.75đ												
	<p>Ước tính số giờ lao động cần tăng thêm để sản lượng tăng thêm 60 đơn vị sản phẩm:</p> $\Delta Q \approx Q'(L_0)\Delta L \Leftrightarrow 100 \approx \frac{420}{\sqrt[3]{1000}} \times \Delta L \Leftrightarrow \Delta L \approx \frac{100}{42} = \frac{50}{21} \approx 2,380952381 \text{ giờ}$ <p>Vậy số giờ lao động cần tăng thêm khoảng 2,38 giờ.</p>	0.75đ												
Câu 6		1,5đ												
	<p>$1000 (m^3) = V = x^2 h (m^3) \Rightarrow h = \frac{1000}{x^2} (m)$</p> <p>Chi phí sản xuất mặt đáy: $\\$30 \times x^2$</p> <p>Chi phí sản xuất mặt xung quanh: $\\$20 \times 4xh = \frac{\\$80 \times 1000}{x}$</p> <p>Tổng chi phí: $C = 30x^2 + \frac{80 \times 1000}{x}$, $x \in (0; +\infty)$</p> <p>Đạo hàm: $C' = 60x - \frac{80 \times 1000}{x^2}$</p> <p>$C' = 0 \Leftrightarrow 60x - \frac{80 \times 1000}{x^2} = 0 \Leftrightarrow x = 10 \sqrt[3]{\frac{4}{3}} \approx 11,006424 \Rightarrow h = 5 \sqrt[3]{\frac{9}{2}} \approx 8,25481$</p> <p>$\lim_{x \rightarrow 0^+} C = +\infty$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} C = +\infty$</p>	0.5đ												
	<p>Bảng biến thiên</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="padding: 5px;">x</td> <td style="padding: 5px;">0</td> <td style="padding: 5px;">$10 \sqrt[3]{\frac{4}{3}}$</td> <td style="padding: 5px;">$+\infty$</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">C'</td> <td style="padding: 5px;"></td> <td style="padding: 5px;">+</td> <td style="padding: 5px;">-</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">C</td> <td style="padding: 5px;">$+\infty$</td> <td style="padding: 5px;">$C\left(10 \sqrt[3]{\frac{4}{3}}\right)$</td> <td style="padding: 5px;">$+\infty$</td> </tr> </table> <p>Vậy kích thước hồ để tổng chi phí xây dựng bé nhất là</p> <p>$x = 10 \sqrt[3]{\frac{4}{3}} \text{ m} \approx 11 \text{ m}$ và $h = 5 \sqrt[3]{\frac{9}{2}} \text{ m} \approx \frac{1000}{121} \approx 8,2644 \text{ m}$</p>	x	0	$10 \sqrt[3]{\frac{4}{3}}$	$+\infty$	C'		+	-	C	$+\infty$	$C\left(10 \sqrt[3]{\frac{4}{3}}\right)$	$+\infty$	0.5đ
x	0	$10 \sqrt[3]{\frac{4}{3}}$	$+\infty$											
C'		+	-											
C	$+\infty$	$C\left(10 \sqrt[3]{\frac{4}{3}}\right)$	$+\infty$											
Câu 7		1đ												
	$D(p) = 5\,000 e^{-0,02p}$ (sản phẩm)	0.5đ												

	<p>a)</p> <p>Đạo hàm: $D'(p) = -100 e^{-0,02p}$, $D'(40) = -100 e^{-0,02 \times 40}$</p> <p>Từ mức $p = \\$40$ giá tăng 3% nên: $\frac{\Delta p}{40} = 0,03 \Rightarrow \Delta p = 1,2$</p> <p>Ta có : $\Delta D \approx D'(40)\Delta p = -100 e^{-0,02 \times 40} \times 1,2 = -\frac{120}{e^{0,8}}$</p> <p>Vậy lượng cầu giảm xấp xỉ : $\frac{120}{e^{0,8}} \approx 53,91947 \approx 54$ sản phẩm</p>																	
	<p>Hàm doanh thu: $R(p) = pD(p) = D(p) = 5000 p e^{-0,02p}$</p> <p>Đạo hàm: $R'(p) = 5000 e^{-0,02p} (1 - 0,02p)$</p> <p>$R'(p) = 0 \Leftrightarrow p = 50$</p> <p>Bảng biến thiên</p> <table border="1" data-bbox="418 680 1203 877"> <tr> <td>p</td> <td>0</td> <td>50</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>$R'(p)$</td> <td></td> <td>+</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td>$R(p)$</td> <td></td> <td></td> <td>-</td> </tr> <tr> <td></td> <td>0</td> <td>$\frac{25.000}{e}$</td> <td>0</td> </tr> </table> <p>Vậy giá bán để doanh thu lớn nhất là $p = \\$50$.</p>	p	0	50	$+\infty$	$R'(p)$		+	0	$R(p)$			-		0	$\frac{25.000}{e}$	0	0.5đ
p	0	50	$+\infty$															
$R'(p)$		+	0															
$R(p)$			-															
	0	$\frac{25.000}{e}$	0															
Câu 8		1đ																
	<p>a) Giá trị hiện tại của dòng ngân lưu vào</p> $\frac{150}{(1+0,1)^1} + \frac{240}{(1+0,1)^2} + \frac{330}{(1+0,1)^3} = \frac{70500}{121} \approx 582,644628 \text{ (triệu đồng)}$	0.5đ																
	<p>b) Giá trị hiện tại ròng của dự án</p> <p>NPV $\approx 582,644628 - 500 = 82,644628$ (triệu đồng)</p> <p>NPV $\approx 82,644628 > 0$ dự án đó có lợi về kinh tế.</p>	0.5đ																

.....**Hết**.....